
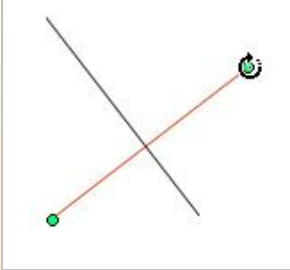
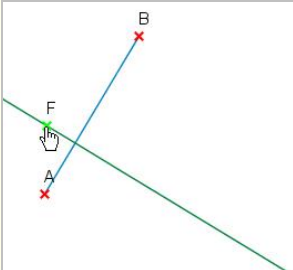
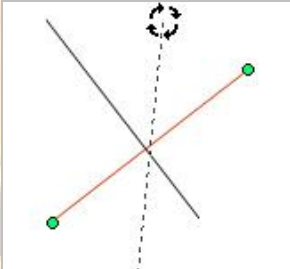
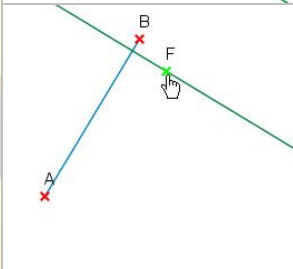
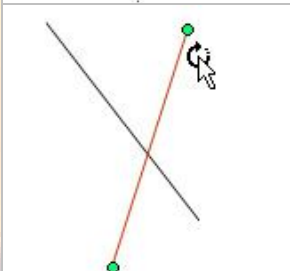
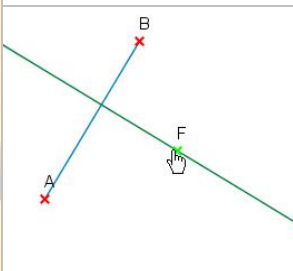


# Serie procesadores geométricos\*

¿Qué es un procesador geométrico? †

## Dibujos y construcciones

Gran parte de los usos educativos de las TIC parten del afán por digitalizar o incluso emular las diversas tareas que se realizan en la salas de clase tradicionales. En particular, para la enseñanza de la geometría, un primer acercamiento a su digitalización está dado por la creación de dibujos asociados a situaciones geométricas. En éste contexto surgen los procesadores geométricos, que en un salto cualitativo articulan un concepto fundamental de la geometría euclidiana: **la distinción entre dibujo y construcción.**

Perpendiculares en PowerPoint	En efecto, los procesadores geométricos, permiten dibujar figuras (como muchos otros softwares), pero no en función de la apariencia, sino de relaciones geométricas.  En éste sentido, dibujar líneas perpendiculares en PowerPoint, por ejemplo, consistiría en ubicarlas de manera que “parecieran” formar un ángulo de $90^\circ$ . El criterio de validación de la relación geométrica, en éste caso sería meramente visual.	Perpendiculares en Geonext 
	En cambio, en un procesador geométrico, por ejemplo Geonext, la construcción de líneas perpendiculares se reduce a utilizar el comando “recta perpendicular”.	
	El procedimiento que en éste caso permite distinguir una construcción de un dibujo consiste en mover un elemento libre y observar si la relación geométrica se mantiene.	
		

En PowerPoint, si se mueve la primera línea, el ángulo entre las rectas se modifica, a diferencia de Geonext, que mantiene en cualquier posición la relación de perpendicularidad. A este procedimiento suele denominarse “**la prueba del arrastre**”<sup>2</sup>.

\* Artículo originalmente publicado en <http://www.geometriadinamica.cl>

† Autor: Rafael Miranda Molina. Profesor de matemática e informática educativa. Webmaster GeometriaDinamica.cl

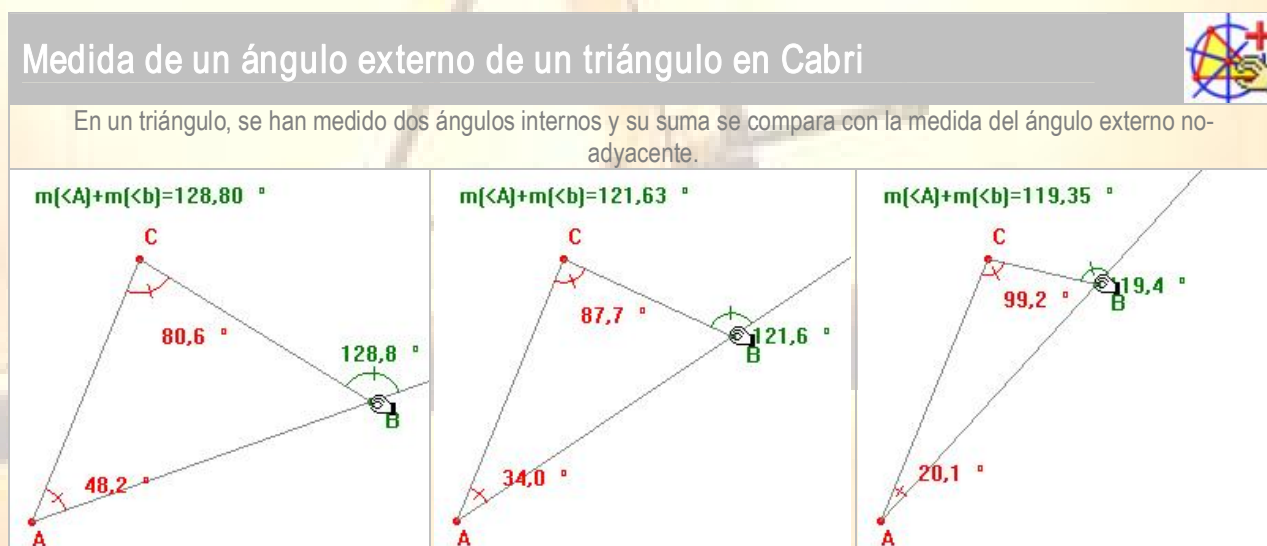
## Serie procesadores geométricos – ¿Qué es un procesador geométrico?

### La prueba del arrastre

En principio podemos identificar dos elementos fundamentales que distinguen a los procesadores geométricos y los diferencian de otros softwares con funcionalidades de dibujo:

- 1º Permiten realizar construcciones geométricas, es decir, dibujos definidos por relaciones geométricas.
- 2º Las construcciones geométricas son dinámicas, es decir, es posible interactuar con los distintos objetos que las componen (puntos, segmentos, etc.) de manera que se respetan las relaciones geométricas que subyacen a los dibujos.

Los alcances de la prueba del arrastre son múltiples. Las actividades que se suelen realizar con los procesadores geométricos consisten en realizar construcciones y mediciones asociadas, de manera que al arrastrar puntos móviles (vértice de un triángulo, pie de una perpendicular, centro de una circunferencia, etc.) se observen las relaciones que se mantienen invariantes.



Este constituye el uso genérico de procesadores geométricos: construir, medir y arrastrar puntos para observar qué relaciones persisten, uso aplicable a múltiples situaciones geométricas como las de equidistancia, colinealidad, proporcionalidad, etc. El sentido de éste tipo de actividades está en observar “qué sucede” cuando se mueven ciertos elementos de una construcción y “cómo se mueven” los demás, razón por la cual se suele utilizar el término “geometría dinámica”: **en el movimiento se evidencian las relaciones que existen entre los objetos.**

Como objetos dinámicos, los construidos en un procesador geométrico constituyen representaciones de objetos genéricos como “un triángulo cualquiera”, “cualquier punto de una circunferencia”, etc. Es más, un triángulo dinámico, permite todo tipo de transformaciones que respeten la(s) condición(es) que lo definieron. Por ejemplo, en un

## Serie procesadores geométricos – ¿Qué es un procesador geométrico?

triángulo construido a partir de tres puntos libres se pueden ampliar y reducir sus lados, pueden modificarse las medidas de sus ángulos y moverse a cualquier posición, siempre y cuando dicha transformación lo mantenga como un triángulo (no se puede abrir un triángulo construido como tal). Luego, podríamos decir que es una fiel representación de “un triángulo cualquiera”, o bien, un **representante de una familia de triángulos** construidos a partir de tres puntos dados.










### Funcionalidades

En los últimos años se ha ido constituyendo una amplia gama de procesadores geométricos de la más diversa índole. Los hay gratuitos y licenciados, algunos recientemente publicados y otros consolidados en el mercado; con funcionalidades propias de la geometría clásica y otros que integran elementos del álgebra y cálculo, etc<sup>6</sup>. Comentaremos brevemente los diversos tipos de construcciones incorporadas y procedimientos afines, bajo el nombre genérico de “funcionalidades”.

### Construcciones incorporadas

La geometría dinámica trae consigo no sólo la facilitación de procesos que en papel requerirían de realizar muchos dibujos para apuntar hacia la generalización, sino que también, enriquece las tareas de construcción, incorporando diversas funcionalidades, asociadas a la simplificación de **construcciones fundamentales**. En un contexto de construcciones con regla y compás, la construcción de rectas paralelas consistiría en trazar varias líneas con dichos instrumentos, mientras que los procesadores geométricos permiten realizar dichas construcciones tan sólo seleccionando los objetos de los que dependerán, por ejemplo: un punto (posición) y una línea (dirección), para construir una recta perpendicular.

### Ejemplos de menús de construcción

Menú construir (Sketchpad)	Menú construir (Cabri)	Menú líneas (Geogebra)
 Construir		
Punto en Objeto	<b>Recta perpendicular</b>	 Recta Perpendicular
Punto en Intersección      Ctrl+I	<b>Recta paralela</b>	 Recta Paralela
Punto en el Punto Medio      Ctrl+M	<b>Punto medio</b>	 Mediatriz
Segmento      Ctrl+L	<b>Mediatriz</b>	 Bisectriz Angular
Recta Perpendicular	<b>Bisectriz</b>	 Tangentes
Recta Paralela	<b>Suma de vectores</b>	 Polar o recta diametral
Bisectriz del Ángulo	<b>Compás</b>	
Círculo por Centro y por Punto	<b>Transferencia de medidas</b>	
Círculo por Centro y Radio	<b>Lugar geométrico</b>	
Arco en Círculo	<b>Redefinir objeto</b>	
Arco por Tres Puntos		
Interior de Polígono      Ctrl+P		
Lugar Geométrico		
Ayuda para Construcción...		

## Serie procesadores geométricos – ¿Qué es un procesador geométrico?

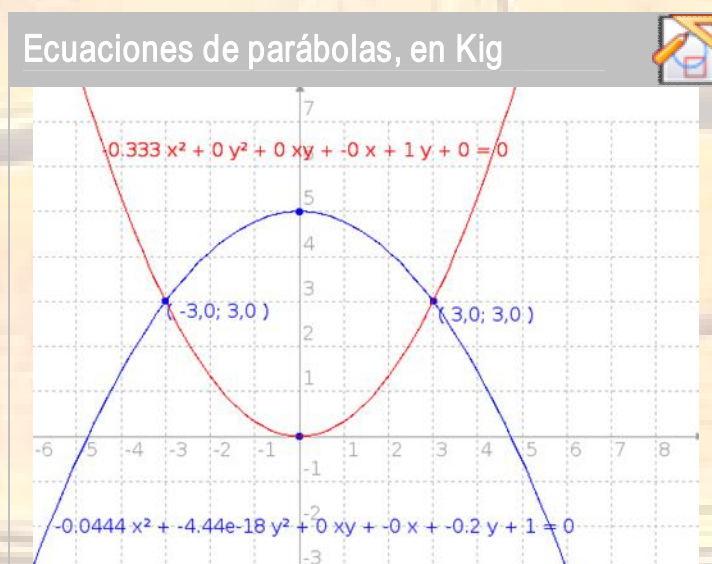
Desde un punto de vista didáctico, las construcciones incorporadas constituyen un gran enriquecimiento, que permiten invertir la relación entre el saber geométrico y las construcciones: En el contexto de la geometría clásica, la construcción con regla y compás es consecuencia y aplicación de un saber geométrico, mientras que en nuestro caso las construcciones son un método para generar conocimiento geométrico. Dicho de otra manera, un alumno puede realizar construcciones con regla y compás como consecuencia de sus aprendizajes de geometría, mientras que en éste caso se espera que gracias a las construcciones (y su manipulación) aprenda geometría, y en particular, los fundamentos que sostienen dichas construcciones.

Si bien existe una gran cantidad de procesadores geométricos, la gran mayoría suele contar con prácticamente los mismos tipos de objetos, como puntos, rectas, segmentos, semirrectas, circunferencias, etc. Elementos más específicos y menos frecuentes son los arcos de circunferencia, cónicas, sectores circulares, y uno particularmente útil (sumamente infrecuente, también) es el polígono regular.

Análogamente, incorporan una gran cantidad de construcciones y es en éste punto donde se empiezan a diferenciar unos de otros. Las construcciones de rectas perpendiculares y paralelas, bisectrices y puntos medios, circunferencias con radios dados, etc, son las más comunes, sin embargo, existen otros tipos de construcciones menos usuales, como las asociadas a las cónicas y cúbicas, rectas tangentes y las transformaciones geométricas (no sólo las isométricas).

### Ecuaciones y coordenadas

Por otro lado, es frecuente la integración de ejes (cartesianos e incluso polares) para mostrar coordenadas de puntos y ecuaciones de diversos objetos, como rectas, circunferencias, cónicas e incluso lugares geométricos. El proceso inverso, es decir, construir gráficas asociadas a ecuaciones o funciones es menos frecuente, (Geogebra, Sketchpad, etc.), a pesar de que cualquier función podría eventualmente graficarse como un lugar geométrico.



## Serie procesadores geométricos – ¿Qué es un procesador geométrico?

### Lugares geométricos

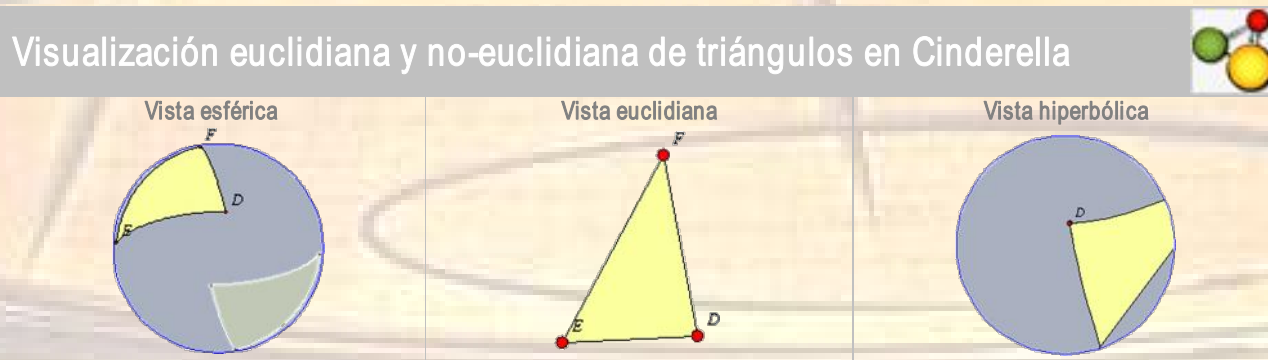
Otro tipo de construcciones interesantes son los lugares geométricos, tema que en la geometría dinámica es sumamente relevante, pues se trata de un contexto en donde los objetos son móviles, dependiendo de condiciones geométricas. Un punto sobre una circunferencia, puede moverse sólo alrededor de ésta, es decir se trata de un punto cualquiera de la circunferencia, concepto que responde justamente al de lugar geométrico.

Muchos procesadores geométricos permiten la visualización de lugares geométricos de varias maneras. La más básica consiste en que un punto deje un rastro a medida que se mueve, en algunos casos denominada traza. En otros casos el software estima cuál sería dicho rastro y lo dibuja automáticamente. El manejo de lugares geométricos también es un elemento diferenciador, dado que sólo en pocos casos se pueden marcar intersecciones con éstos o modificarlos dinámicamente.



### Geometrías no-euclidianas

A pesar de que los procesadores geométricos permiten realizar construcciones en el contexto de la geometría euclidiana, existe un caso sumamente particular, que permite además la visualización de otras geometrías. Se trata de Cinderella, el cual entrega las vistas esférica, elíptica e hiperbólica de una construcción. Es éste sentido, en Cinderella es posible contar con cuatro ventanas diferentes, asociadas a la misma situación geométrica, y que en cualquiera de ellas permite la construcción y manipulación de los objetos geométricos.



## Serie procesadores geométricos – ¿Qué es un procesador geométrico?

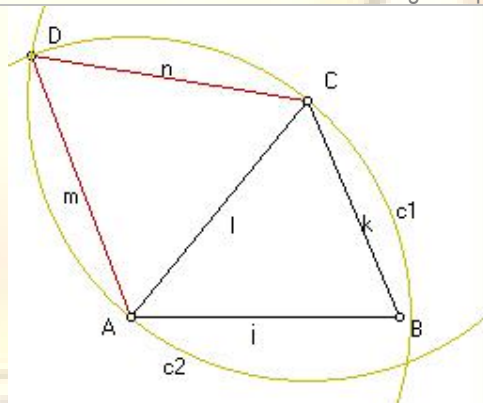
### Macros

Las características más avanzadas de los procesadores geométricos están asociadas a la automatización de construcciones geométricas, lo que en algunos casos se denomina “macro”. Una macro consiste en un conjunto de instrucciones agrupadas, que pueden repetirse seleccionando los correctos objetos iniciales. Por ejemplo, en Cabri puede grabarse una macro de la construcción del ortocentro de un triángulo, de manera que seleccionando cualquier trío de puntos, automáticamente se construya el ortocentro del triángulo que determinan.

En el caso de Sketchpad, las macros se denominan guiones, debido a que además de permitir la automatización, éste genera una descripción sumamente acertada de los pasos de la construcción.

**Triángulo equilátero en Geometer's Sketchpad**

Guión de la construcción de un triángulo equilátero (ACD) sobre el lado de un triángulo dado (ABC).



**Dado:**  
Punto A  
Punto B  
Punto C

**Pasos:**

1. Sea [i] = Segmento entre Punto A y Punto B.
2. Sea [k] = Segmento entre Punto B y Punto C.
3. Sea [l] = Segmento entre Punto C y Punto A.
4. Sea [c1] = Círculo con centro en Punto A que pasa por Punto C.
5. Sea [c2] = Círculo con centro en Punto C que pasa por Punto A.
6. Sea [D] = Intersección de Círculo [c1] y Círculo [c2].
7. Sea [l] = Segmento entre Punto C y Punto A.
8. Sea [m] = Segmento entre Punto A y Punto [D].
9. Sea [n] = Segmento entre Punto [D] y Punto C.
10. Seleccionar B.

### Geometría y movimiento

En un principio decíamos que los usos educativo de las TIC suelen partir del interés de digitalizar o virtualizar. En el caso de los procesadores geométricos estamos hablando de recursos informáticos que efectivamente virtualizan (o representan computacionalmente) la geometría, pero no desde un punto de vista gráfico, sino funcional.

Técnicamente los objetos geométricos son ideales y estáticos y, de hecho, el concepto de movimiento no es esencialmente relevante en la geometría euclidiana: Al trasladar un triángulo no se trata de una figura que cambia de posición en un intervalo de tiempo, sino de dos triángulos congruentes que se relacionan por ésta transformación isométrica. Luego, para la geometría euclidiana (y otra matemática también) el movimiento cumple dos funciones: es una aplicación y al mismo tiempo un recurso didáctico y ahí es donde reside el gran potencial de la geometría dinámica.

## Serie procesadores geométricos – ¿Qué es un procesador geométrico?

### Procesadores geométricos



Cabri géomètre II  
[www.cabri.com](http://www.cabri.com)



The Geometer's Sketchpad  
[www.keypress.com](http://www.keypress.com)



Cinderella  
[www.cinderella.de](http://www.cinderella.de)



Geogebra  
[www.geogebra.at](http://www.geogebra.at)



Regla y compás  
[www.rene-grothmann.de](http://www.rene-grothmann.de)



Geonext  
[www.geonext.de](http://www.geonext.de)



Kig (Linux)  
<http://edu.kde.org/kig/>

### Bibliografía

1. “Uso de Cabri Géomètre II para reconstruir y reforzar la conceptualización básica de la geometría euclidiana en el curso de geometría I”. Memoria para optar al título de Profesor de Matemática. Autores: Rafael Miranda Molina, Carolina Ravetllat Lara. Profesores Guía: Isabel Vargas Cálvert, Guillermo Arancibia Canales. UMCE, Chile, 2002.
2. “Reflexiones Sobre La Geometría Mediada Por La Computadora” [online]. Luis Moreno Armella. Noveno seminario nacional de calculadoras y microcomputadoras en educación matemática, Celebrado en la Ciudad de México los días 23, 24 y 25 de septiembre de 1998. Escuela Normal Superior de México.  
Disponible desde: <http://148.216.13.35/mem9sem/ini9sem.htm>
3. Geometría y su didáctica para maestros. Juan Godino, Francisco Ruiz. Departamento de Didáctica de la Matemática, Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada.
4. Los Manipulables En La Enseñanza De Las Matemáticas [Online], documento elaborado por EDUTEKA.  
Disponible desde: <http://www.eduteka.org/Manipulables.php>
5. Computadores y Comunicaciones en el Currículo Matemático. [Online] Fidel Oteiza Morra, Juan Silva Quiroz.  
Disponible desde: [http://www.enlaces.cl/doc/doc/cc\\_curr\\_matm.rtf](http://www.enlaces.cl/doc/doc/cc_curr_matm.rtf)
6. Comparación de procesadores geométricos. [Online] Rafael Miranda Molina. Proyecto GeometriaDinamica.cl  
Disponible desde: <http://www.geometriadinamica.cl/blog/articles.asp?id=11>